

短空刀槽渐开线内人字齿轮精密加工指状铣刀设计

何国旗¹ 杨石杰¹ 张晓红² 米承继¹ 黄 梁¹

(1. 湖南工业大学 机械工程学院, 株洲 412007)

(2. 襄阳职业技术学院 汽车工程学院, 襄阳 441050)

摘要:【目的】针对盘形铣刀加工内人字齿轮导致空刀槽过大难以适用, 基于齿槽法面简化设计的指状铣刀加工又存在齿面精度不足与过渡区干涉的问题, 提出一种适用于短空刀槽内人字齿轮加工的指状铣刀设计方法。【方法】通过插齿刀展成加工原理推导内齿轮端面廓线方程, 结合螺旋运动构建空间齿面方程, 并基于齿轮啮合原理求解指状铣刀精确齿廓方程。在UG软件中建模, 并进行加工仿真对比。【结果】结果表明: 相较于传统设计, 新设计的指状铣刀加工所得齿面的最大过切量与残留量分别减少了15.51%和19.23%, 偏差统计均方根值降低9.1%, 能有效提升齿面精度与成形质量。

关键词: 指状铣刀; 内人字齿轮; 短空刀槽; 精密加工; 展成法; 参数化设计

中图分类号: TG714; TH132.41 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.XXXX.XX.001

0 引言

在机械传动系统中, 内人字齿轮因其结构紧凑、承载能力强和轴向力自平衡等优点, 在重型机械、船舶推进等高性能传动领域应用广泛^[1]。随着装备轻量化与高功重比需求的不断提升, 对内人字齿轮的结构紧凑性及齿面精度提出更加苛刻的要求。目前, 内人字齿轮加工主要面临两大挑战: 其一, 采用盘形铣刀加工方法, 受刀具结构与运动空间的限制, 需预留较宽空刀槽, 削弱了齿轮本体结构, 降低了其承载能力和功重比^[2]; 其二, 采用指状铣刀进行成形加工, 虽然成为实现短空刀槽, 甚至无空刀槽内人字齿轮加工的重要技术路径, 但是当前主流的指状铣刀设计方法是基于内人字齿轮齿槽的法面截形进行简化求取的, 即通过齿槽法平面与齿面的交线绕齿槽中线旋转轴旋转一周得到指状廓形。用第二种刀具加工是将复杂的空间啮合问题简化为平面廓形复制, 未能充分考虑刀具与螺旋齿面的空间包络啮合关系, 导致加工齿面精度不足, 且在齿根过渡区易发生干涉^[3]。

近年来, 齿轮精确建模与刀具设计研究取得了显著进展。在齿轮建模方面, 研究者通过啮合原理、参数化方法及非均匀有理B样条曲面重构等手段,

实现了正齿轮、内齿轮、弧齿面齿轮等高精度模型的构建^[4-8]; 在刀具设计方面, 共轭曲面理论的应用为指状铣刀、盘形铣刀的精确刃型参数化设计奠定了基础^[9-12]。现有研究多集中于外齿轮或直齿、单向斜齿圈, 针对兼具内啮合与双螺旋特征的内人字齿轮, 其刀具设计研究仍多基于路径规划或简化模型的修正, 较高精度的人字齿轮加工制造多依赖残差控制与等残留高度法优化刀路等工艺^[13-15], 其在根源性的精确刀具齿廓建模方面尚存不足, 在刀具成形机制与精度控制研究上尚属薄弱环节。事实上, 插齿加工因其展成机制完备、齿形精度高, 一直被视作内齿圈成形的理想方式^[16], 但传统插齿刀受结构与运动限制无法直接应用于人字齿轮螺旋齿面。若能以插齿刀展成理论为基石, 将展成廓线沿螺旋参数运动, 构建空间螺旋齿面方程, 并基于空间啮合原理反求指状铣刀回转曲面, 即可突破传统齿槽法面截形简化模型的局限, 实现刀具轮廓与螺旋齿面的精确匹配, 从根本上提升刀具设计的精度, 抑制空刀槽宽度与齿面误差。

基于此, 本文聚焦内人字齿轮高精度、短空刀槽加工需求, 提出一种基于展成法与齿面方程的指状铣刀精确设计方法。通过建立齿轮插齿刀展成加工内齿轮的数学模型, 结合螺旋变换, 推导其空间

收稿日期: 2025-10-23 修回日期: 2025-11-06

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52475055); 湖北省教育科学规划重点课题(2024GA180); 湖南省自然科学基金区域联合基金项目(2025JJ70006, 2025JJ70033); 湖南省教育厅优秀青年项目(24B0553)

作者简介: 何国旗, 男, 1967年生, 湖南南县人, 博士, 二级教授; 主要研究方向为复杂曲面数字化设计与制造; 1045894824@qq.com。

张晓红(通信作者), 女, 1966年生, 湖北房县人, 副教授; 主要研究方向为数字化设计与制造; 549175073@qq.com。

引用格式: 何国旗, 杨石杰, 张晓红, 等. 短空刀槽渐开线内人字齿轮精密加工指状铣刀设计[J]. 机械传动, XXXX, XX(X): 1-7.

HE Guoqi, YANG Shijie, ZHANG Xiaohong, et al. Design of finger milling cutter for precision machining of involute internal herringbone gear with short relief groove[J]. Journal of Mechanical Transmission, XXXX, XX(X): 1-7.



免费获取

螺旋齿面方程, 进而依据空间啮合原理反求指状铣刀的精确齿廓, 实现刀具设计从“近似简化”向“精确包络”的转变。通过UG软件与Vericut软件进行刀具建模与加工仿真对比, 验证了新方法在减小齿面误差、提升成形质量方面的有效性。研究旨在突破现有刀具设计的精度瓶颈, 为短空刀槽内人字齿轮的高精度、高性能加工提供一种创新的刀具设计解决方案, 对提升我国在高档齿轮制造领域的工艺水平具有重要的理论意义和工程应用价值, 对推动我国高端装备传动技术的自主可控与性能跃升具有重要意义。

1 齿轮插齿刀端面齿廓方程

图1(a)给出齿轮插齿刀齿廓的关键几何参数; 图1(b)为插齿刀齿顶圆角区域的局部放大图, 清晰展示了齿顶圆角半径与齿顶线段之间的过渡关系。图1中, Q 点与 T 点分别为工作区渐开线与圆角圆弧的过渡点、圆角圆弧与齿顶圆弧的过渡点, E 点为插齿刀基圆上渐开线起点。在插齿展成法加工过程中, 齿轮插齿刀的渐开线 EQ 包络出内齿轮的渐开线部分, 圆角圆弧段 QT 形成内齿轮的过渡曲线部分^[17]。

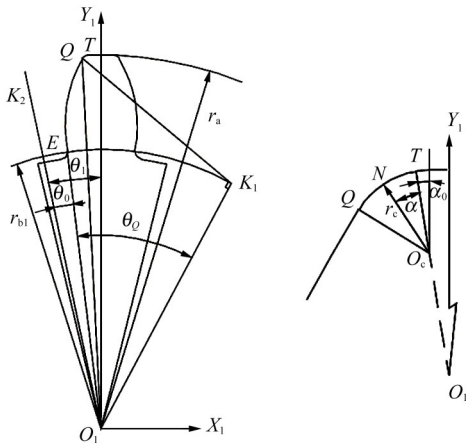


图1 齿轮插齿刀齿廓

Fig. 1 Gear shaper cutter tooth profile

1.1 插齿刀渐开线方程

在与齿轮插齿刀相固连的坐标系 $X_1O_1Y_1$ 中, 插齿刀工作部分的渐开线切削刃 EQ 段可用如下参数方程表示:

$$\begin{cases} x_{l1} = r_{b1} \sin(\theta_2 + \theta) - \theta r_{b1} \cos(\theta_2 + \theta) \\ y_{l1} = r_{b1} \cos(\theta_2 + \theta) + \theta r_{b1} \sin(\theta_2 + \theta) \end{cases} \quad (1)$$

式中, r_{b1} 为插齿刀的基圆半径; $\theta_2 = \theta_0 - \theta_1$, θ_0 为插齿刀齿槽中线 K_2O_1 与 EO_1 的夹角, $\theta_0 = \pi/(2z_1) - \text{inv}(\alpha_k)$, θ_1 为 K_2O_1 与 Y_1 轴的夹角, $\theta_1 = \pi/z_1$, z_1 为插齿刀的齿数, α_k 为插齿刀的分度圆压力角; θ 为确定渐开线 EQ 段的参数, $0 \leq \theta \leq \theta_Q$, θ_Q 为渐开线与圆角圆弧的过渡点坐标对应的参数值。

1.2 齿顶圆角段弧线方程

在坐标系 $X_1O_1Y_1$ 中, 以点 $O_c(x_c, y_c)$ 为圆心、 r_c 为半径的圆角圆弧分别与半径为 r_a 的插齿刀齿顶圆内切于 T 、渐开线 EQ 的凹向端相切于 Q 。射线 QO_c 与插齿刀基圆相切于点 K_1 , 点 N 为插齿刀加工内齿轮时插齿刀圆弧段 QT 与内齿轮的接触点, 如图1所示。根据渐开线的特性与几何关系, 可以得到如下关系式:

$$\theta_Q r_{b1} = D + r_c \quad (2)$$

式中, $D = \sqrt{(r_a - r_c)^2 - r_{b1}^2}$; $r_c = 0.25m$ 。其中, m 为齿轮插齿刀的模数。

圆心 O_c 的坐标可用下式表示

$$\begin{cases} x_c = x_{l1}(\theta_Q) - r_c \cos(\theta_2 + \theta_Q) \\ y_c = y_{l1}(\theta_Q) + r_c \sin(\theta_2 + \theta_Q) \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)中的 θ_Q 代入式(3)即可得到 O_c 具体的坐标值。圆弧 TQ 的参数方程为

$$\begin{cases} x_{p1} = x_c + r_c \cos(\alpha_0 + \alpha) \\ y_{p1} = y_c + r_c \sin(\alpha_0 + \alpha) \end{cases} \quad (4)$$

式中, α_0 为 O_1T 与 Y_1 轴的夹角, $\alpha_0 = \arccos[y_c/(r_a - r_c)]$; α 为 NO_c 与 TO_c 的夹角, 即确定点 N 位置的参数, $0 \leq \alpha \leq \alpha_1$, 其中, $\alpha_1 = \arcsin[r_{b1}/(r_a - r_c)]$ 。

2 内人字齿轮齿面方程

短空刀槽内人字齿轮一侧单齿面由渐开齿面与过渡齿面组成。渐开齿面是内啮合齿轮传动中的工作齿廓, 影响传动效率; 过渡齿面是非工作齿廓, 虽然对传动效率没有过多影响, 但对齿根弯曲应力及齿轮承载能力有很大影响^[18]。

齿轮插齿刀具加工内齿轮时的坐标关系如图2所示。根据齿轮啮合原理, 从插齿刀齿形到内齿轮所在坐标系 $X_2O_2Y_2$ 的变换矩阵 M_{12} 为

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_1 - \phi_2) & -\sin(\phi_1 - \phi_2) & 0 & A \sin \phi_2 \\ \sin(\phi_1 - \phi_2) & \cos(\phi_1 - \phi_2) & 0 & A \cos \phi_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, ϕ_1 、 ϕ_2 分别为插齿刀与内齿轮在加工过程中转过的角度; A 为齿轮插齿刀与内齿轮的中心距。 $\phi_2/\phi_1 = z_1/z_2 = i_{12}$, z_2 为内齿轮的齿数, i_{12} 为插齿刀与内齿轮的齿数比。

内齿轮端面廓线沿轴线做螺旋运动时, 在坐标系 $X_3O_3Y_3$ 中将形成螺旋面, 其坐标关系如图3所示, 廓线坐标变换矩阵 M_{23} 为

$$M_{23} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & H\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, H 为螺旋参数, 即转过1 rad时的轴向位移,

其值为 $r_2 \cot \beta_0$, r_2 为内齿轮分度圆半径, β_0 为内齿轮的倾斜角; φ 为螺旋运动变换角度, $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$, 其中, $\varphi_1 = B/(2H)$, B 为内齿轮总齿宽。

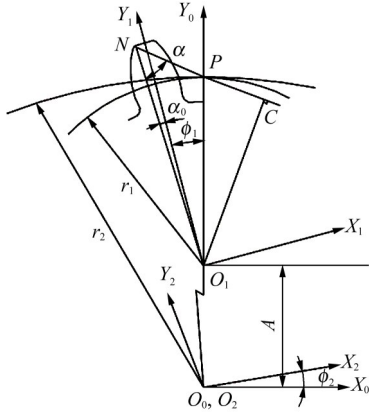


图2 内齿轮插齿坐标关系

Fig. 2 Coordinate relation of the internal gear shaping

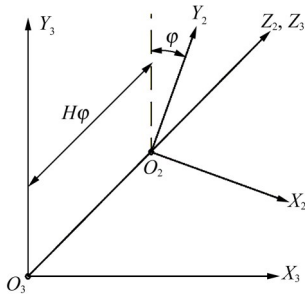


图3 螺旋变换坐标关系

Fig. 3 Spiral transformation coordinate relation

2.1 过渡齿面方程

借鉴机器人运动学中的齐次变换法则^[19], 齿轮插齿刀的齿顶圆角包络形成的内齿轮端面过渡曲线方程为

$$(x_{p2}, y_{p2}, 0, 1)^T = \mathbf{M}_{12}(x_{p1}, y_{p1}, 0, 1)^T \quad (7)$$

联立式(4)、式(5)、式(7), 得到过渡曲线方程:

$$\begin{cases} x_{p2} = x_c \cos(\phi_1 - \phi_2) - y_c \sin(\phi_1 - \phi_2) - \\ \quad r_c \sin(\alpha_0 + \alpha + \phi_1 - \phi_2) + A \sin \phi_2 \\ y_{p2} = x_c \sin(\phi_1 - \phi_2) + y_c \cos(\phi_1 - \phi_2) + \\ \quad r_c \cos(\alpha_0 + \alpha + \phi_1 - \phi_2) + A \cos \phi_2 \end{cases} \quad (8)$$

依据齿廓法线法^[20], 某时刻插齿展成运动啮合点 N 的齿廓法线必经过啮合点 P , 此时插齿刀旋转角度 ϕ_1 , 则有啮合关系式:

$$r_1 \sin(\alpha_0 + \alpha + \phi_1) = (r_a - r_c) \sin \alpha \quad (9)$$

式中, r_1 为齿轮插齿刀分度圆半径。

结合式(9)与 i_{12} , 可单独用一个参数 ϕ_1 表示过渡曲线。

根据螺旋变换, 过渡齿面方程式为

$$(x_{p3}, y_{p3}, z_{p3}, 1)^T = \mathbf{M}_{23}(x_{p2}, y_{p2}, 0, 1)^T \quad (10)$$

联立式(6)、式(8)、式(10), 得到过渡齿面方程:

$$\begin{cases} x_{p3} = x_c \cos(\varphi + \phi_1 - \phi_2) - y_c \sin(\varphi + \phi_1 - \phi_2) - \\ \quad A \sin(\varphi - \phi_2) - r_c \sin(\alpha + \alpha_0 + \varphi + \phi_1 - \phi_2) \\ y_{p3} = x_c \sin(\varphi + \phi_1 - \phi_2) + y_c \cos(\varphi + \phi_1 - \phi_2) + \\ \quad A \cos(\varphi - \phi_2) + r_c \cos(\alpha + \alpha_0 + \varphi + \phi_1 - \phi_2) \\ z_{p3} = H\varphi \end{cases} \quad (11)$$

2.2 渐开齿面方程

将所有的 ϕ_1 、 ϕ_2 分别换成 ψ_1 、 ψ_2 , 由齿轮插齿刀展成加工形成的内齿轮渐开线方程为

$$(x_{12}, y_{12}, 0, 1)^T = \mathbf{M}_{12}(x_{11}, y_{11}, 0, 1)^T \quad (12)$$

联立式(1)、式(5)、式(12), 得到内齿轮实际渐开线齿廓方程:

$$\begin{cases} x_{12} = -r_{b1} \theta \cos(\theta + \theta_2 - \psi_1 + \psi_2) + \\ \quad A \sin \psi_2 + r_{b1} \sin(\theta + \theta_2 - \psi_1 + \psi_2) \\ y_{12} = r_{b1} \theta \sin(\theta + \theta_2 - \psi_1 + \psi_2) + \\ \quad A \cos \psi_2 + r_{b1} \cos(\theta + \theta_2 - \psi_1 + \psi_2) \end{cases} \quad (13)$$

刀具渐开线表面与工件表面接触时, 刀具渐开线法线与相对速度方向垂直, 即法线矢量与相对速度方向垂直, 可以得到啮合方程:

$$\psi_1 = \theta_0 + \theta - \arccos[(1 - i_{12})r_{b1}/(i_{12}A)] \quad (14)$$

结合式(14)与 i_{12} , 可单独用一个参数 ψ_1 表示内齿轮渐开线。

同理, 根据螺旋变换, 渐开齿面方程为

$$(x_{13}, y_{13}, z_{13}, 1)^T = \mathbf{M}_{23}(x_{12}, y_{12}, 0, 1)^T \quad (15)$$

联立式(6)、式(13)、式(15), 得到渐开齿面方程:

$$\begin{cases} x_{13} = -r_{b1} \theta \cos(\theta + \theta_2 - \varphi - \psi_1 + \psi_2) - \\ \quad A \sin(\varphi - \psi_2) + r_{b1} \sin(\theta + \theta_2 - \varphi - \psi_1 + \psi_2) \\ y_{13} = r_{b1} \theta \sin(\theta + \theta_2 - \varphi - \psi_1 + \psi_2) + \\ \quad A \sin(\varphi - \psi_2) + r_{b1} \cos(\theta + \theta_2 - \varphi - \psi_1 + \psi_2) \\ z_{13} = H\varphi \end{cases} \quad (16)$$

3 指状铣刀廓形方程

为求取精确的指状铣刀齿廓, 利用文献[21]中回转面刀具与螺旋齿面的共轭接触线定理。当刀具的表面是回转面时, 工件的螺旋齿面和与此面相共轭的刀具面的瞬时接触线是这样的一条线, 在这条线的齿面的法线与指状刀具的回转轴相交。

在内齿轮的齿槽中放置了指状铣刀, 它的回转轴和 Y_3 轴重合。当铣刀绕 Y_3 轴转动而齿轮不动时, 刀具与齿轮齿面的瞬时接触线是一条空间曲线 $g-g'$, 如图4(a)所示, 这一条曲线绕刀具回转轴旋转就形成了指状铣刀的表面。

内齿轮的螺旋齿面方程的法线方程为

$$\frac{X_g - x_{p3}}{n_{px}} = \frac{Y_g - y_{p3}}{n_{py}} = \frac{Z_g - z_{p3}}{n_{pz}} \quad (17)$$

式中, (X_g, Y_g, Z_g) 为法线上的动点坐标;
 (x_{p3}, y_{p3}, z_{p3}) 为齿面上一点的坐标;
 (n_{px}, n_{py}, n_{pz}) 为法线的矢量坐标, 其值由下式确定:

$$(n_{px}, n_{py}, n_{pz}) = \left(\frac{\partial x_{p3}}{\partial \phi_1}, \frac{\partial y_{p3}}{\partial \phi_1}, \frac{\partial z_{p3}}{\partial \phi_1} \right) \times \left(\frac{\partial x_{p3}}{\partial \varphi}, \frac{\partial y_{p3}}{\partial \varphi}, \frac{\partial z_{p3}}{\partial \varphi} \right) \quad (18)$$

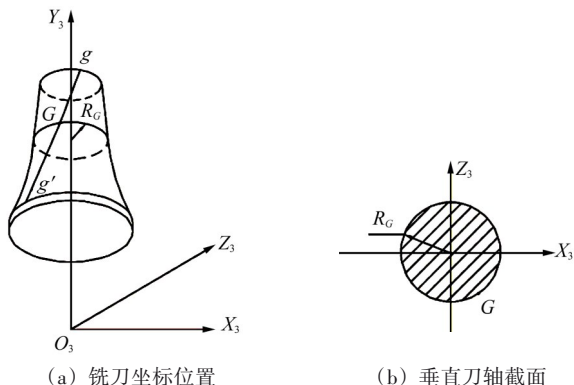


图4 指状铣刀廓形
Fig. 4 Finger cutter profile

推导运算过程十分复杂, 可借助专业数学软件 Mathematica 进行符号推导与计算。

指状铣刀的表面是回转面。根据上述定理, 齿轮齿面和刀具表面的公法线应该与刀具的轴线相交, 可选取法线与指状铣刀轴线的交点 $(0, Y_g, 0)$ 为法线上的动点, 则式(17)可以写成下列形式:

$$\frac{-x_{p3}}{n_{px}} = \frac{Y_g - y_{p3}}{n_{py}} = \frac{-z_{p3}}{n_{pz}} \quad (19)$$

由式(19)可以得到关系式:

$$x_{p3}n_{pz} - z_{p3}n_{px} = 0 \quad (20)$$

将过渡齿面方程式(11) 及其法线矢量投影 n_{pz} 、 n_{px} 代入到式(20)中, 可以得到参数 ϕ_1 、 φ 的关系式:

$$F_p(\phi_1, \varphi) = x_{p3}n_{pz} - z_{p3}n_{px} = 0 \quad (21)$$

联立式(11)、式(21), 可以得到指状铣刀与内齿轮过渡曲面的共轭瞬时接触线:

$$\begin{cases} F_p(\phi_1, \varphi) = 0 \\ x_{p3} = f_{px}(\phi_1, \varphi) \\ y_{p3} = f_{py}(\phi_1, \varphi) \\ z_{p3} = f_{pz}(\phi_1, \varphi) \end{cases} \quad (22)$$

如图4(a)、图4(b)所示, 过瞬时接触线上的动点 G 作垂直于 Y_3 轴的截面, 则铣刀的截面外廓线是半径为 R_g 的圆, 其值由下式确定:

$$R_g(\phi_1, \varphi) = \sqrt{x_{p3}^2 + z_{p3}^2} \quad (23)$$

因此, 指状铣刀关于内齿轮过渡曲面部分廓形可以由下列方程式确定:

$$\begin{cases} F_p(\phi_1, \varphi) = 0 \\ y_{p3} = f_{py}(\phi_1, \varphi) \\ R_g(\phi_1, \varphi) = \sqrt{x_{p3}^2 + z_{p3}^2} \end{cases} \quad (24)$$

按照上述理论, 指状铣刀关于渐开线齿面部分廓形可以由下列方程式确定:

$$\begin{cases} F_L(\psi_1, \varphi) = 0 \\ y_{L3} = f_{Ly}(\psi_1, \varphi) \\ R_g(\psi_1, \varphi) = \sqrt{x_{L3}^2 + z_{L3}^2} \end{cases} \quad (25)$$

4 加工仿真与对比分析

4.1 创建三维模型

根据表1所示的齿轮插齿刀与内齿轮相关参数, 可对上述相关理论方程式在 Mathematica 软件中进行验证, 通过计算得到内人字齿轮螺旋齿面和指状铣刀刀具面的瞬时接触线与指状铣刀廓形。指状铣刀计算网格廓形如图5所示。

表1 齿轮插齿刀与内齿轮相关参数值

Tab. 1 Relevant parameter values of gear shaper cutters and internal gears

参数	参数值	参数	参数值
模数 m/mm	4	压力角 $\alpha_k/(\circ)$	20
齿顶高系数 h_a^*	1	内齿轮齿数 z_2	60
径向间隙系数 c_a^*	0.25	内齿轮倾斜角 $\beta_0/(\circ)$	30
插齿刀齿数 z_1	20	内齿轮总齿宽 B/mm	60

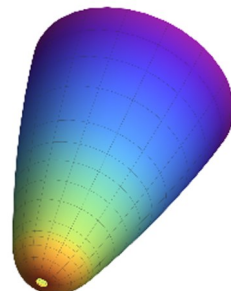


图5 指状铣刀计算网格廓形

Fig. 5 Calculation grid profile of the finger cutter

在UG软件中, 导入数据点, 进行高精度拟合, 建立外圆直径为275 mm、空刀槽宽为8 mm、深为11 mm的渐开线内人字齿轮, 其三维模型如图6所示。为验证所构建内人字齿轮模型的几何精度, 在UG软件中对其端面齿距、分度圆齿厚、齿廓渐开线偏差、齿顶圆半径及齿根圆半径等基础几何参数开展检测。将检测值与理论值进行对比, 结果如表2所示。

由表2可知, 齿廓渐开线最大偏差为0.000 083 mm, 其他基础几何误差百分比均不大于0.003%, 误差均处于极小范围, 充分证明所构建内人字齿轮模型具备较高几何精度, 有效验证了模型可靠性。

将指状铣刀刀具面与齿轮齿面的共轭瞬时接触线绕 Y_3 轴旋转1周得到工作曲面, 最大轴截面沿刀具回转轴拉伸10 mm, 建立图7所示的指状铣刀三维模型。

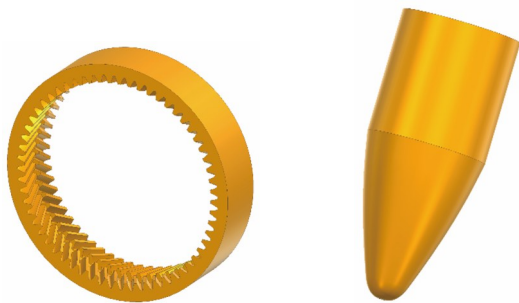


图6 短空刀槽内人字齿轮
Fig. 6 Internal herringbone gear with short relief groove



图7 新设计指状铣刀
Fig. 7 Newly designed finger milling cutter

表2 内人字齿轮模型部分基础几何验证

Tab. 2 Preliminary geometric verification of the internal herringbone gear model

基础几何	检测值/mm	理论值/mm	误差值/mm	误差百分比/%
端面齿距	12.566 3	12.566 4	-0.000 1	0.000 8
分度圆齿厚	6.283 1	6.283 2	-0.000 1	0.001 6
齿廓渐开线偏差			0.000 083	
齿顶圆半径	115.996	116	-0.004	0.003
齿根圆半径	125	125	0	0

4.2 加工仿真与偏差分析

在UG软件中对齿轮和刀具模型进行参数校核，分析对比所建立模型与理论模型的参数数值，确保建立的模型准确无误，为后续加工编程提供准确的几何信息。

进入加工环境，创建新的加工项目，定义合适的工作坐标系，设置毛坯参数，选择多轴可变轮廓铣的加工模式，进行成形加工刀具路径编程，最后将生成的刀具路径进行后处理，转换为刀位文件。在Vericut软件中，导入人字齿轮理论三维模型和毛坯，合理设计参数后进行仿真加工。仿真加工过程如图8所示，仿真结果得到的切削模型如图9所示。

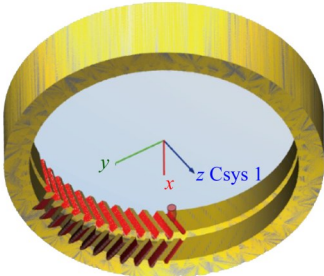


图8 指状铣刀仿真加工过程

Fig. 8 Simulation of the finger milling cutter machining process

将Vericut软件仿真加工得到的工件模型高精度导出，利用专业的3D质量控制和尺寸检测软件Geomagic Control X通过设定不同的误差范围，进行可视化比较分析，可得到加工内人字齿轮后的过切及残留误差分布图。

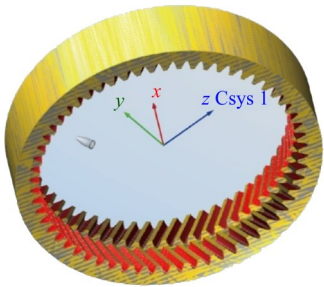


图9 加工完成的内人字齿轮模型

Fig. 9 Model of the internal herringbone gear after machining

图10为用设计的指状铣刀加工仿真短空刀槽内人字齿轮得到的偏差分布图。加工后，齿面和齿根存在少量的残留和过切。其中，过切主要存在于轮齿过渡曲面区域及齿根底面区域，残留主要存在于过渡曲面与渐开线曲面相接处。统计结果显示，齿面啮合区域内，90%以上的误差落在-0.01 mm至0.01 mm区间内，80%集中在-0.005 mm至0.005 mm的微小误差范围，仅局部区域出现较大偏差(最大残留量为0.008 4 mm，最大过切量为-0.026 7 mm)，整体满足精度要求。

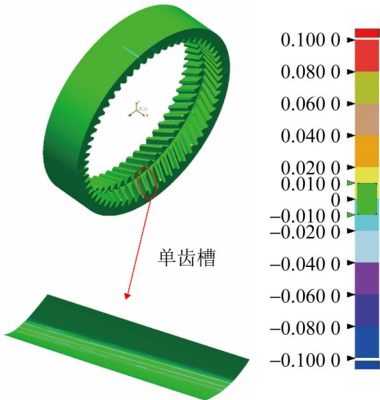


图10 新设计指状铣刀加工偏差

Fig. 10 Machining deviation of the newly designed finger milling cutter

图11为传统通过内人字齿轮法面与齿槽交线二维简化设计的指状铣刀加工仿真偏差分布图。其加工区域偏差分布特征与上述规律一致，区域90%的误差在-0.015 mm至0.01 mm之间，加工区域最大残留量为0.010 4 mm，最大过切量为-0.031 6 mm。

通过加工偏差分析，设计的指状铣刀加工比传统的齿槽法面简化设计指状铣刀加工在加工区域最大残留量减少19.23%(由0.010 4 mm降至0.008 4 mm)，最大过切量减少15.51%(由-0.031 6 mm降至-0.026 7 mm)，且偏差统计均方根值下降9.1%，其仿真加工精度得到提升，验证了本文提出的新型指状铣刀设计方法的有效性。

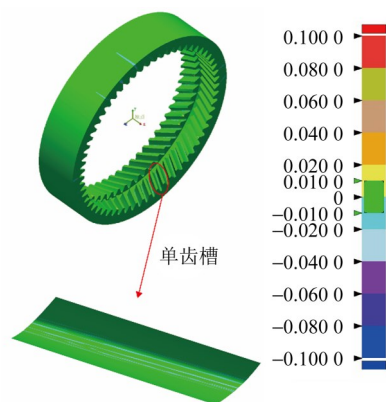


图 11 简化设计指状铣刀加工偏差

Fig. 11 Machining deviation of the simplified design finger milling cutter

5 结论

1) 建立了齿轮插齿刀端面廓线参数化方程, 明确参数取值范围与衔接条件; 结合展成原理、啮合方程及螺旋变换, 构建了内齿轮过渡与渐开螺旋齿面的完整数学模型, 并确定了螺旋参数计算方法。

2) 基于空间啮合原理与微分几何, 推导刀具与工件瞬时接触线方程, 建立指状铣刀廓形精确模型。在 Vericut 软件中进行加工仿真与偏差对比分析, 结果表明, 所设计刀具可显著提升加工精度: 与传统齿槽法面简化设计刀具相比, 最大残留量降低 19.23% (由 0.010 4 mm 降至 0.008 4 mm), 最大过切量减少 15.51% (由 -0.031 6 mm 降至 -0.026 7 mm), 90% 以上齿面偏差集中在 -0.01 mm 至 0.01 mm 区间, 偏差统计均方根值下降 9.1%, 加工一致性明显改善, 提升了齿面成形质量。

3) 研究局限性在于, 未充分考虑实际加工中振动、刀具磨损等动态因素影响, 且极端参数下方程最优性待验证, 模型实用鲁棒性需进一步通过试验界定。

4) 本方法完善了短空刀槽渐开线内人字齿轮加工刀具精确设计理论体系, 为复杂曲面刀具数字化设计提供参考; 其在短空刀槽齿轮加工中的应用, 可提升齿面精度与装备功重比, 在高端制造领域具有推广价值。后续可开展物理刀具切削试验、工艺参数优化及 CAD/CAM 集成研究。

参 考 文 献

- [1] 钱露露, 姜鹏, 冯金, 等. 人字齿轮传动系统动力学建模与仿真分析[J]. 机械传动, 2022, 46(4): 80-88.
QIAN Lulu, LOU Peng, FENG Jin, et al. Dynamic modeling and simulation analysis of herringbone gear transmission system [J].
- [2] 徐瀚. 人字齿轮工艺空刀槽的设计方法[J]. 现代盐化工, 2018, 45(3): 47-49.
XU Han. Design method of herringbone gear process empty sipe [J]. Modern Salt and Chemical Industry, 2018, 45(3): 47-49.
- [3] 王清辉, 李治平. 人字齿轮及其加工方法[J]. 机械工程师, 2015 (7): 234-235.
WANG Qinghui, LI Zhiping. Herringbone gear and processing method thereof [J]. Mechanical Engineer, 2015(7): 234-235.
- [4] ZHAI G D, LIANG Z H, FU Z H. A mathematical model for parametric tooth profile of spur gears [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020, 2020(1): 7869315.
- [5] 曹东江, 尚鹏, 崔宏涛, 等. 基于精确齿廓建模的内啮合齿轮参数化设计[J]. 机械传动, 2023, 47(9): 66-73.
CAO Dongjiang, SHANG Peng, CUI Hongtao, et al. Parametric design of internal gears based on accurate tooth profile modeling [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2023, 47(9): 66-73.
- [6] MO S, SONG W H, ZHU S P, et al. Complex geometric modeling and tooth contact analysis of a helical face gear pair with arc-tooth [J]. Journal of Central South University, 2022, 29(4): 1213-1225.
- [7] 彭先龙, 李爱民, 郭卫. 人字齿面齿轮传动及其几何啮合特性 [J]. 机械科学与技术, 2017, 36(7): 1131-1135.
PENG Xianlong, LI Aimin, GUO Wei. Face gear driver with double helical pinion and its meshing performance [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017, 36(7): 1131-1135.
- [8] 陈冲, 谷丽瑶, 朱鹏程. 基于三次 NURBS 曲面插值的单点线啮合齿轮副建模 [J]. 机械传动, 2025, 49(2): 56-61.
CHEN Chong, GU Liyao, ZHU Pengcheng. Modeling of single-point line meshing gears based on cubic NURBS surface interpolation [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2025, 49(2): 56-61.
- [9] 阎长罡, 王旭. 面向渐开线齿轮加工的指形铣刀三维参数可视化设计 [J]. 大连交通大学学报, 2019, 40(6): 79-82.
YAN Changgang, WANG Xu. 3D parameter visualization design of finger milling cutter for involute gear machining [J]. Journal of Dalian Jiaotong University, 2019, 40(6): 79-82.
- [10] 仲志丹, 王劲松, 王斌, 等. 齿轮设计参数的指形刀轴截形磨削轨迹推导 [J]. 机械设计与制造, 2016(11): 19-22.
ZHONG Zhidan, WANG Jinsong, WANG Bin, et al. Grinding trajectory derivation for the axis section of the finger-shaped milling cutter based on gear design parameters [J]. Machinery Design & Manufacture, 2016(11): 19-22.
- [11] 王东海, 易为, 袁美娟. 渐开线齿轮参数化建模及可转位盘形齿轮铣刀的设计 [J]. 硬质合金, 2018, 35(3): 212-218.
WANG Donghai, YI Wei, YUAN Meijuan. Based on the parametric modeling of involute gear for the design of it's disc milling cutter [J]. Cemented Carbide, 2018, 35(3): 212-218.
- [12] 胡瑞, 杜雪松, 朱才朝. 精密加工变齿厚内齿轮插齿刀设计 [J]. 中国机械工程, 2020, 31(21): 2535-2541.
HU Rui, DU Xuesong, ZHU Caichao. Design of shaper cutter for precision machining internal beveloid gears [J]. China Mechanical

- Engineering, 2020, 31(21):2535-2541.
- [13] TRAN V T, HSU R H, TSAY C B. Tooth contact analysis for a double-crowned involute helical gear with twist-free tooth flanks generated by dual-lead hob cutters[J]. Journal of Mechanical Design, 2015, 137(5):052601.
- [14] 王伟, 黄筱调, 方成刚, 等. 基于通用立铣刀的人字齿轮数控加工及应用[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2016(12):113-116.
WANG Wei, HUANG Xiaodiao, FANG Chenggang, et al. NC machining and application of double helical gears based on standard end milling cutters[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2016(12):113-116.
- [15] 陈臻伟, 周专, 彭锐涛, 等. 无退刀槽人字齿轮精加工刀路的优化[J]. 机械设计与制造, 2017(5):138-140.
CHEN Zhenwei, ZHOU Zhuan, PENG Ruitao, et al. Optimal tool path generation for no recess double helical gear finish machining[J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(5):138-140.
- [16] 韩军, 王静, 段荣鑫, 等. 工艺参数对齿圈插齿加工切削力的影响规律研究[J]. 机床与液压, 2020, 48(17):126-129.
HAN Jun, WANG Jing, DUAN Rongxin, et al. Research on the influence law of technological parameters on the cutting force of the gear ring gearing shaping[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2020, 48(17):126-129.
- [17] 刘延平, 赵永强. 内啮合斜齿轮高精度三维有限元自动建模方法[J]. 机械工程学报, 2022, 58(21):148-160.
LIU Yanping, ZHAO Yongqiang. Research on the automatic modelling method for high precision finite element model of internal helical gear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(21):148-160.
- [18] 付永涛, 谷立臣, 李亮, 等. 基于UG二次开发的变位斜齿轮参数化建模研究[J]. 机械传动, 2014, 38(1):62-66.
FU Yongtao, GU Lichen, LI Liang, et al. Study on parametric 3D modeling of modified helical gear based on UG secondary development[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2014, 38(1):62-66.
- [19] NIKU S B. 机器人学导论——分析、控制及应用[M]. 孙富春, 朱纪洪, 刘国栋, 等译. 2版. 北京: 电子工业出版社, 2013: 29-31.
NIKU S B. Introduction to robotics: analysis, control, applications[M]. SUN Fuchun, ZHU Jihong, LIU Guodong, et al., Jr. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 29-31.
- [20] 傅则绍. 微分几何与齿轮啮合原理[M]. 东营: 石油大学出版社, 1999:94-97.
FU Zeshao. Differential geometry and gear meshing principle[M]. Dongying: China University of Petroleum Press, 1999: 94-97.
- [21] 李特文 F L. 齿轮几何学与应用理论[M]. 国楷, 叶凌云, 范琳, 等译. 上海: 上海科学技术出版社, 2008:630-634.
LITVIN F L. Gear geometry and applied theory[M]. GUO Kai, YE Lingyun, FAN Lin, et al., Jr. Shanghai: Shanghai Scientific & Technical Publishers, 2008:630-634.

Design of finger milling cutter for precision machining of involute internal herringbone gear with short relief groove

HE Guoqi¹ YANG Shijie¹ ZHANG Xiaohong² MI Chengji¹ HUANG Liang¹

(1. School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, China)

(2. School of Automotive Engineering, Xiangyang Polytechnic, Xiangyang 441050, China)

Abstract: [Objective] Conventional disc-shaped milling cutters create excessively large relief grooves when machining internal herringbone gears, limiting their applicability, while finger milling cutters based on a simplified normal plane of the tooth space suffer from inadequate tooth surface accuracy and transition zone interference. To address these issues, a finger milling cutter design method suitable for machining internal herringbone gears with short relief grooves was proposed. [Methods] Based on the generating principle of gear shaper cutting, the transverse profile equation of the internal gear was derived. By incorporating helical motion, the spatial tooth surface equation was constructed, and the precise tooth profile equation of the finger milling cutter was solved according to gear meshing theory. Models were built in UG software, and machining simulations were conducted for comparison. [Results] The results show that compared to the traditional design, the tooth surfaces machined with the newly designed finger milling cutter exhibit reductions in maximum overcut and residual stock by 15.51% and 19.23%, respectively, along with a 9.1% decrease in the root mean square value of deviation. The proposed method effectively improves tooth surface accuracy and forming quality.

Key words: Finger milling cutter; Internal herringbone gear; Short relief groove; Precision machining; Generating method; Parametric design

(编辑: 贾文倩)